
Adam
2002.03.06
Bolton@mit.edu

S.Boltom

麻省理工学院 8.02

2002 年春季考试 #1 解答

问题一

(a) 没有一个灯泡发光：电路没有闭合，因此整个电路各处均无电流通过。

(b) A 和 B 发光并有相同的亮度，因为它们相同地联接在电池上，因此通过它们的电流相等。C 仍然不发光。

(c) A, B 和 C 均发光。A 最亮，因为所有支路的电流均流经 A。B 和 C 有相同的亮度，但它们的亮度较 A 要弱，因为经过 A 的电流平分给了 B 和 C。

(d) 在 (c) 情况时的灯泡 A 是最亮的：在灯泡 C 上并联一个灯泡 B 后，其有效电阻较 (b) 减小了。根据欧姆定律，与 (b) 相比，(c) 中流经电池的电流变大了，因此此时的灯泡 A 更亮一些。

在 (c) 中的灯泡 B 和 C 最暗。设电池电压为 V ，每个灯泡电阻为 R 。则 (b) 中整个电路的有效电阻为 $2R$ ，而 (c) 中为 $1.5R$ 。所以 (b) 中通过 A 的电流为 $V/2R$ ，而 (c) 中为 $V/1.5R = 2V/3R$ 。因此，(b) 中通过 B 的电流仍为 $V/2R$ ，但是在 (c) 中通过 B (和 C) 的电流是 $2V/3R$ 的一半，即 $V/3R$ 。后者小于 $V/2R$ ，因此 (c) 中的 B 和 C 明亮程度弱于 (b) 中的 A 和 B。

(e-b) B 亮，C 不亮。

(e-c) B 和 C 均亮并且有相同的亮度。

(e-d) 所有还存在的灯泡均亮并且有相同的亮度，因为所有的灯泡其上有相同的电压即电池电压，因此流经每一个灯泡的电流相同。

问题二

(a) $Q=CV$ ，并且对于两个电容器， C 和 V 均相同。因此每个上极板电荷均为 $+CV$ ，下极板均为 $-CV$ 。

(b) 两个电容器的电场均有：大小为 $E=V/d$ ，方向向下（从+指向-）。

(c) 右边的电容器: C 和 V 不变, 因此仍然是上极板电荷为 $+CV$, 下极板为 $-CV$ 。左边的电容器: V 不变, 但 $C \rightarrow \kappa C = 3C$, 使得上极板电荷变为 $+3CV$, 下极板为 $-3CV$ 。

(d) 答案同 (b) 部分, 因为 V 和 d 均没有变。

问题三

(a) 因为导体内没有电流, 所以导体内部处处电场 $\mathbf{E}$ 均为零。因此由高斯定律我们知道在导体内部不可能存在净电荷, 所以在 $r_1 < r < r_2$ 的区域内没有电荷。现在假设有一些净的正电荷 $+q$ 残留在圆柱体管的内表面。我们可以在导体内选择一高斯面将这些电荷包括进来。因为导体内处处均有 $\mathbf{E} = 0$, 由高斯定律可知高斯面内不包括任何净电荷。这种情况只有一种可能即在管中还有一些负电荷中和了管内壁上的正电荷。然而管子里是空的。所以我们可以得出结论即管内壁上不存在电荷。因为管上的电荷不可能消失, 所以所有的电荷 $+q$ 一定都到了外表面。又系统 (圆柱体管) 是对称的, 所以电荷均匀地分布在外表面上, 并且有表面电荷密度 $\sigma = +q / 2\pi r_2 L$ 。(解答见家庭作业 2.1 题相关解答的讨论。)

(b) 对称性要求 $\mathbf{E}$ 的方向成放射线状且大小只与 r 有关。(在这里的“放射线”我们指的是垂直且远离管轴线的方向, 与球体的放射线是不同的。不幸的是现在还没有一个好的专业术语以区别“圆柱放射线”与“球体放射线”。) 选取一个长为 l , 半径为 r , 与管同轴的圆柱高斯面, 由高斯定律得 $(2\pi r l)E = Q_{\text{包含}} / \epsilon_0$ 。

(i) 对于 $r < r_1$, $Q_{\text{包含}} = 0$ 。因此 $\mathbf{E} = 0$ 。(ii) 我们已经知道在导体内部 ($r_1 < r < r_2$) 有 $\mathbf{E} = 0$ 。(iii) 当 $r > r_2$ 时, $Q_{\text{包含}} = +ql / L$, 所以 $E = +q / (2\pi\epsilon_0 r L)$, 方向放射状向外 (也就是圆柱放射线)。

(c) $\Delta V = 0$: 电势差是电场线积分的结果, 而在轴线与外表面之间电场处处为零。

(d) 与 (b) 相同: 管中没有电场 $\mathbf{E}$, 所以也就没有东西能导致电介质极化产生极化电荷。

结束